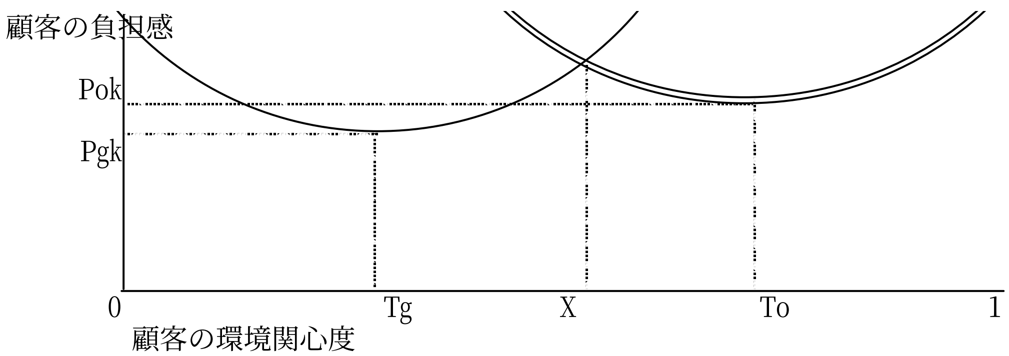
## 補論２　ゲーム論的考察－試論の頑健性

### （１）モデルの定式化

第４章のモデルにおいては、顧客の不満度や環境対策費用は環境関心度に比例しているとの仮定をおいていたが、これは緩和の余地がある。実際、多くの場合、関心度と実際の商品の持つ特性との差を二乗したものが顧客の負担感とするモデルも多い。本節では前のモデルの頑健性を確認するため、仮定を変更し、顧客の不満度や環境対策の費用が直線ではなく、２次関数として定式化される場合のモデルを用いて分析をおこなう。具体的にはある顧客の環境関心度をｔとすると、その顧客が企業G、企業Oの製品に対して抱く不満度はそれぞれ、$P_g^k+(T_g-t)^2$、$P_o^k+(T_o-t)^2$となる。これを表したのが図－補－１である。

図表－補－１




このようなモデルはどの様にすれば得られるのであろうか。第４章でのモデルの定式時には顧客の製品差別化に対する要求水準（環境関心度）と要求水準を満たすために必要な費用がともに１次関数、すなわち比例的に変化するとの仮定をおいていた。（図表３参照、ＣＥＬレポート第２号　PP79.）しかし環境対策費用が逓増する可能性も十分あり、顧客の要求水準も指数関数的に増大する場合もあり得よう。このモデルの基本的発想は言うまでもなく「ホテリングのモデル」に依っているが、そこでは顧客の負担感は要求水準との乖離の二乗に比例すると仮定されている[1]。従って、第４章でのモデルの頑健性を確認するためには、このような仮定を変化させることによる変化を見ることが必要である。

今述べた理論モデルは、顧客の環境関心度と、その要求水準を満たすために必要な費用関数の形状が１次関数から２次関数に変化したこと以外はほとんど第４章で想定したモデルと変わりがない[2]。

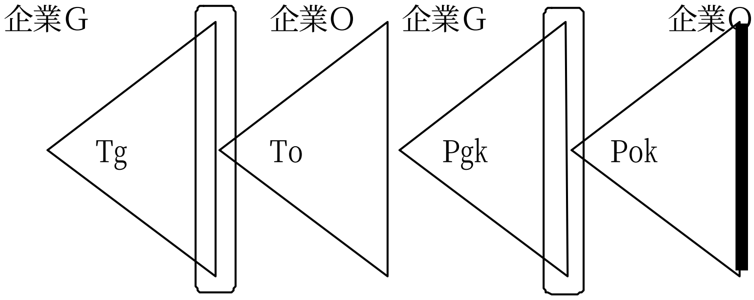
この場合も前節と同様に２段階ゲームの展開形として表すことができる。念のためもう一

[1] もともとは出店地の意志決定と、それを前提とした上での価格決定という２段階ゲームであった。そこでは顧客の負担感は店に到達するまでの距離の二乗と仮定されていた。

[2] 必要条件を満たすための制約式を展開することで、製品差別化を表す変数である Tg,To が一致することを特殊なケースとして分けて考えなければならなくなる。これがもう一点、第４章のモデルと異なるところである。

度図表６を再録する。第４章の場合と同様に、以下では subgame perfect 均衡点を求めることとする。

図表　６




**（２）　解の導出－第一段階－subgame の解**

第４章で行った解法と同様にして、このモデルの subgame perfect 解を求めていくことにする。まず、競合市場における両企業に対する需要量は、図－補－１の X 点を分水嶺に、0～X までが企業Gの製品を需要し、X～1 が企業Oの製品を需要する。従って均衡点 X を含む次のような制約式を考えることができる。

$$P_g^k + (T_g - X)^2 = P_o^k + (T_o - X)^2$$

$$\therefore X = \frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{2(T_g - T_o)}$$

$$= q_g^k \qquad \cdots\cdots \quad (補2-1)$$

ここで Pgk:競合市場における都市ガスの価格、Pok=競合市場における石油製品の価格、Tg=競合市場における企業Gの差別化戦略、To=競合市場における企業Oの差別化戦略、X=２製品の需要均衡点、qgk=都市ガスの販売量（＝需要量）である。同様に、企業Oの供給する石油製品の販売量（＝需要量）は、

$$q_o^k = 1 - X$$

$$= 1 - \frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^k)}{2(T_g - T_o)} \qquad \cdots\cdots \quad (補2-2)$$

ここで qok:石油製品の販売量（需要量）である。ゲームの設定から得られる条件として、

$$0 \le X \le 1$$

○

$$0 \le \frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^k)}{2(T_g - T_o)} \le 1 \qquad \cdots\cdots \quad (補2-3)$$

よって、

$$P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2) \le P_g^k \le P_o^k - T_g^2 + T_o^2 \qquad \cdots\cdots \quad (補2-4)$$

$$P_g^k + T_g^2 - T_o^2 \le P_o^k \le P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2) \qquad \cdots\cdots \quad (補2-5)$$

また式（補２－１）の分母と、企業Gがより環境重視の製品を供給するという仮定から、

$T_g^k < T_o^k$　　・・・・・・　(補2−6)（Tg=To の場合は特別に考慮が必要、後述）

供給量($0 \leqq q_g^k \leqq 1$)の範囲で式($a-bq_g^k$)が正値を維持するために、

$$\frac{a}{2} > b \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \qquad (補2-7)$$

を満たさなければならないことは、第４章の式（４－９）と同様である。

以下、製品差別化戦略 To,Tg が所与のもとで、各企業が利潤最大化のためにどのような行動戦略をとるのかを検討する。まず、企業Ｇについて考察する。まず企業Ｇの利潤を求めると、

$$\boldsymbol{p}_g = \boldsymbol{a} + \left[P_g^k - a + \frac{b(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{2(T_g - T_o)}\right] \cdot \frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{2(T_g - T_o)}$$

$$= \boldsymbol{a} + \frac{1}{4}\left\{(b + 2T_g - 2T_o)P_g^k - bP_o^k + bT_g^2 - 2aT_g - T_o^2 + 2aT_o\right)\frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{(T_g - T_o)^2} \qquad \cdot\cdot \qquad (補2-8)$$

よって、$\boldsymbol{p}_g$ は、

$b = 2T_o - 2T_g$ のとき、$P_g^k$ に関して１次式

$b > 2T_o - 2T_g$ のとき、$P_g^k$ に関して極小値を持つ２次関数

$b < 2T_o - 2T_g$ のとき、$P_g^k$ に関して極大値を持つ２次関数　　となる。

以下、場合分けして検討を行う。

○$b = 2T_o - 2T_g$ のとき

$$\boldsymbol{p}_g = \frac{-(T_g^2 - T_o^2 + a - P_o^k)(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{2(T_g - T_o)} \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (補2-9)$$

$P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2) \leq P_g^k \leq P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ より、$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ のとき、

$\boldsymbol{p}_g = 0$

$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ のとき、

$\boldsymbol{p}_g = T_o^2 - T_g^2 - a - P_o^k$

よって、

・$P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$ であれば、$\boldsymbol{p}_g$ は常に 0 となる。

・$P_o^k > a + T_g^2 - T_o^2$ であれば、$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ のとき $\boldsymbol{p}_g$ は最大値 $T_o^2 - T_g^2 - a - P_o^k$ をとる。

・$P_o^k < a + T_g^2 - T_o^2$ であれば、$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ のとき $\boldsymbol{p}_g$ は最大値 0 をとる。

○$b > 2T_o - 2T_g$ のとき

$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ のとき、

$p_g = 0$

$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ のとき、

$p_g = -(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) - a + b + P_o^k$

よって、

・ $P_o^k > (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ であれば、$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ のとき $p_g$ は最大値 $-(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) - a + b - P_o^k$ をとる。

・ $P_o^k = (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ であれば、 $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ もしくは $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ で $p_g$ は最大値 0 をとる。

・ $P_o^k < (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ であれば、 $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ のとき $p_g$ は最大値 0 をとる。

○ $b < 2T_o - 2T_g$ のとき

$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ のとき、

$p_g = 0$

$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ のとき、

$p_g = -(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) - a + b - P_o^k$

次に極大値を求める。$p_g$ を $P_g^k$ で微分すると、

$$\frac{\partial p_g}{\partial P_g^k} = \frac{(2T_g - 2T_o + b)P_g^k + T_g^3 + (b - T_o)T_g^2 - (P_o^k + a + T_o^2)T_g + T_o^3 - bT_o^2 + (a + P_o^k)T_o - bP_o^k}{2(T_g - T_o)^2} \quad \cdots \cdot (\text{補}2-10)$$

よって $(\text{補}2-10)=0$ のとき、つまり

$$P_g^k = \frac{(T_g - T_o + b)P_o^k - T_g^3 + (T_o - b)T_g^2 + (a + T_o^2)T_g - T_o^3 + bT_o^2 - aT_o}{2T_g - 2T_o + b} \cdot \cdot (\text{補}2-11)$$ のとき、

$$q_g = \frac{T_g^2 - T_o^2 + a - P_o^k}{2(2T_g - 2T_o + b)}$$ であり、

πg は極大値、$$p_g = \frac{-(T_g^2 - T_o^2 - P_o^k + a)^2}{4(2T_g - 2T_o + b)} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (\text{補}2-12)$$ となる。

$$\frac{(T_g - T_o + b)P_o^k - T_g^3 + (T_o - b)T_g^2 + (a + T_o^2)T_g - T_o^3 + bT_o^2 - aT_o}{2T_g - 2T_o + b}$$

$$-(P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2))$$

$$= \frac{(T_g - T_o)(T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b - P_o^k)}{2T_g - 2T_o + b}$$

$$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2 - \frac{(T_g - T_o + b)P_o^k - T_g^3 + (T_o - b)T_g^2 + (a + T_o^2)T_g - T_o^3 + bT_o^2 - aT_o}{2T_g - 2T_o + b}$$

$$= \frac{(T_g - T_o)(T_g^2 - T_o^2 + a - P_o^k)}{2T_g - 2T_o + b}$$

・よって $T_g^2 - T_o^2 + a < P_o^k < T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b$ のとき、$p_g$ は極値で最大値、$\frac{-(T_g^2 - T_o^2 - P_o + a)^2}{4(2T_g - 2T_o + b)}$ をとる。

・$P_o^k \geq T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b$ のとき、$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ で最大値、$-(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) - a + b - P_o^k$ をとる。

・$P_o^k \leq T_g^2 - T_o^2 + a$ のとき、$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ で最大値、0 をとる。

以上が企業Gの基本的な戦略である。次に企業Oの戦略を検討する。企業Oの利潤を求めると、

$$p_o = \left[P_o^k - i + j\left(1 - \frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{2(T_g - T_o)}\right)\right] \cdot \left[\frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{2(T_g - T_o)}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left\{(j - 2T_g + 2T_o)P_o^k - jP_g^k - jT_g^2 + 2(i + j)T_g + jT_o^2 - 2(i + j)T_o\right) \frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2)}{(T_g - T_o)^2} \quad \cdot \quad (\text{補}2-13)$$

$P_o^k$ の係数から、明らかに $P_o^k$ に関して上に凸の最大値を持つ二次関数であることが分かる。

よって、$p_o$ を $P_o^k$ で微分すると、

$$\frac{\partial p_o}{\partial P_o^k} = \frac{(2T_g - 2T_o - j)P_o^k - T_o^3 + (T_g - j + 2)T_o^2 + (P_g^k + T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o - T_g^3 + jT_g^2 - (i + P_g^k)T_g + jP_g^k}{2(T_g - T_o)^2}$$

$$\cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \quad (\text{補}2-14)$$

よって $(\text{補}2-14) = 0$ のとき、つまり

$$P_o^k = \frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$$

$(\text{補}2-15)$ のとき、$qo = \frac{-i + P_o^k}{2(j - 2T_g + 2T_o)}$ となり、

π0 は極大値、$p_o = \frac{(T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 - i + P_g^k)^2}{4(j - 2T_g + 2T_o)}$ ・・・$(\text{補}2-16)$ をとる。

$P_g^k + T_g^2 - T_o^2 \le P_o^k \le P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ であるため、
$P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ のとき $p_o$ は 0。
$P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ のとき、$p_o$ は $(T_g + T_o + 2)(T_g - T_o) + a - i - j$ となる。これをもとに最大値を求めていく。
要は極値が $P_g^k + T_g^2 - T_o^2 \le P_o^k \le P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ の中に入っているかどうかが問題である。

$$P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2) - \frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$$

$$= \frac{(T_g - T_o)(-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i - P_g^k)}{j - 2T_g + 2T_o}$$

$$\frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j} - (P_g^k + T_g^2 - T_o^2)$$

$$= \frac{(T_g - T_o)(-T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j - P_g^k)}{j - 2T_g + 2T_o}$$

これらのことから、

- $-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ のとき、$p_o$ は極値で最大値、$\dfrac{(T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 - i + P_g^k)^2}{4(j - 2T_g + 2T_o)}$ をとる。
- $P_g^k \ge -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ のとき、$P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ で最大値、$(T_g + T_o + 2)(T_g - T_o) + a - i - j$ をとる。
- $P_g^k \le -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$ のとき、$P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ で最大値、0 をとる。

以上、企業G、企業Oの基本的な戦略が明らかとなった。今までの検討をまとめると、次の表のようになる。

**企業Gの戦略**　　　　　　　　　　　　　**図表－補－２**

| 条件１ | 条件２ | Pgk | qgk | πg（αを除く） |
|---|---|---|---|---|
| b=<br>2To-2Tg | $P_o^k > a + T_g^2 - T_o^2$ | $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | 1 | $T_o^2 - T_g^2 - a - P_o^k$ |
| | $P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$ | 任意 | $\frac{(P_g^k - P_o^k + T_g^2 - T_o^2)}{2(T_g - T_o)}$ | 0 |
| | $P_o^k < a + T_g^2 - T_o^2$ | $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ | 0 | 0 |
| b><br>2To-2Tg | $P_o^k > (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ | $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ | 1 | $-(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) - a + b - P_o^k$ |
| | $P_o^k = (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ | $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$<br>or $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ | 1<br>or 0 | 0 |
| | $P_o^k < (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ | $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ | 0 | 0 |
| 0<b<<br>2To-2Tg | $P_o^k \geq T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b$ | $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | 1 | $-(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) - a + b - P_o^k$ |
| | $-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k$<br>$< -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ | $\cancel{\frac{(T_g - T_o + b)P_o^k - T_g^3 + (T_o - b)T_g^2 + (a + T_o^2)T_g - T_o^3 + bT_o^2 - aT_o}{2T_g - 2T_o + b}}$<br>補 2-11 | $\frac{T_g^2 - T_o^2 + a - P_o^k}{2(2T_g - 2T_o + b)}$ | $\frac{(T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 - i + P_g^k)^2}{4(j - 2T_g + 2T_o)}$ |
| | $P_o^k \leq T_g^2 - T_o^2 + a$ | $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ | 0 | 0 |

**企業Oの戦略**

| 条件 | Pok | qok | πg |
|---|---|---|---|
| $P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ | $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ | 1 | $(T_g + T_o + 2)(T_g - T_o) + a - i - j$ |
| $-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k$<br>$< -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ | [illegible]<br>補 2-15 | $\frac{-i + P_o^k}{2(j - 2T_g + 2T_o)}$ | $\frac{(T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 - i + P_g^k)^2}{4(j - 2T_g + 2T_o)}$ |
| $P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$ | $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | 0 | 0 |

これをもとにして、subgame のナッシュ均衡解を求める。

**図表－補－3**

| Pgk | Pok | Nash 均衡 | |
|---|---|---|---|
| $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ | $P_g^k = P_o^k = 0$ | ① |
| | $\frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$<br>**補 2-15** | $P_g^k = -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$<br>$P_o^k = i$ | ② |
| | $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | $P_g^k = -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + P_o^k$ | ③ |
| $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ | $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ | $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ | ④ |
| | $\frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$<br>**補 2-15** | $P_g^k = -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$<br>$P_o^k = -2T_g + 2T_o + i + 2j$ | ⑤ |
| | $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | $P_g^k = P_o^k = \infty$ | ⑥ |
| $\frac{(T_g - T_o + b)P_o^k - T_g^3 + (T_o - b)T_g^2 + (a + T_o^2)T_g - T_o^3 + bT_o^2 - aT_o}{2T_g - 2T_o + b}$<br>**補 2-11** | $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ | $P_g^k = a$<br>$P_o^k = -T_o^2 + T_g^2 + a$ | ⑦ |
| | $\frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$<br>**補 2-15** | $P_g^k =$ ＊１<br>$P_o^k =$ ＊２ | ⑧ |
| | $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | $P_g^k = -2T_g + 2T_o + a - 2b$<br>$P_o^k = T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b$ | ⑨ |
| **任意**<br>**但し**<br>$b = -2T_g + 2T_o$<br>$P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$ | $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ | $P_g^k = a$<br>$P_o^k = T_g^2 - T_o^2 + a$ | ⑩ |
| | $\frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$<br>**補 2-15** | $P_g^k =$ ＊３<br>$P_o^k = T_g^2 - T_o^2 + a$ | ⑪ |
| | $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | $P_g^k = 2T_g - 2T_o + a$<br>$P_o^k = T_g^2 - T_o^2 + a$ | ⑫ |
| $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$<br>**or** $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$<br>**但し**<br>$P_o^k = (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ | $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$ | $P_g^k = -2T_g + 2T_o + a - b$<br>$P_o^k = T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 + a - b$<br>**但し**<br>$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ **の場合のみ** | ⑬ |
| | $\frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$<br>**補 2-15** | **解なし（不能）** | ⑭ |
| | $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$ | $P_g^k = a - b$<br>$P_o^k = T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 + a - b$<br>**但し**<br>$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ **の場合のみ** | ⑮ |

＊1

$$\frac{T_g^3-(T_o-b-2)T_g^2-(T_o^2+4T_o+2a-2b+i+2j)T_g+T_o^3+(2-b)T_o^2+(2a-2b+i+2j)T_o+aj-bi-2bj}{3T_g-3T_o+b-j}$$

＊2

$$\frac{-T_o^3+(T_g-j+4)T_o^2+(T_g^2-8T_g+a-2b+2i+4j)T_o-T_g^3+(4+j)T_o^2+(-a+2b-2i-4j)T_o+aj-bi-2bj}{3T_g-3T_o+b-j}$$

＊3

$$\frac{-T_g^3+(T_o-2)T_g^2+(T_o^2+4T_o-2a+i+2j)T_g-T_o^3-2T_o^2+(a-i-2j)T_o+aj}{-T_g+T_o+j}$$

（3）解の導出－第二段階－subgame perfect 均衡解

Tg,To 所与の下での $Pg^k$,$Po^k$ の決定を論じた。次にこれをもとに２段階ゲームの展開形における、第１段階のゲームの均衡点を求める。まず、第４章と同様に、最も一般的な解を与える前ページ図表⑧のケースを考える。得られた $Pg^k$,$Po^k$ を代入すると、

$$P_g^k=\frac{T_g^3-(T_o-b-2)T_g^2-(T_o^2+4T_o+2a-2b+i+2j)T_g+T_o^3+(2-b)T_o^2+(2a-2b+i+2j)T_o+aj-bi-2bj}{3T_g-3T_o+b-j}$$

$$P_o^k=\frac{-T_o^3+(T_g-j+4)T_o^2+(T_g^2-8T_g+a-2b+2i+4j)T_o-T_g^3+(4+j)T_o^2+(-a+2b-2i-4j)T_o+aj-bi-2bj}{3T_g-3T_o+b-j}$$

よって、

$$q_g^k=\frac{T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2+a-i-2j}{2(3T_g-3T_o+b-j)}$$

$$q_o^k=\frac{-(T_g^2-4T_g+4T_o-T_o^2+a-i-2b)}{2(3T_g-3T_o+b-j)}$$

$$p_g=\frac{-(2T_g-2T_o+b)(T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2+a-i-2j)^2}{4(3T_g-3T_o+b-j)^2}$$

$$p_o=\frac{-(2T_g-2T_o-j)(T_g^2-4T_g+4T_o-T_o^2+a-i-2b)^2}{4(3T_g-3T_o+b-j)^2}$$

である。両企業とも利潤関数は、それぞれ Tg,To に関して直角双曲線と一次式の和になるため、最大値は端点解に絞られる。

まず企業Gであるが、仮定より、$0\le T_g<T_o$

・$T_g=0$ のとき

$$p_g=\left(\frac{-b}{4}+\frac{T_o}{2}\right)\frac{(-T_o^2-2T_o+a-i-2j)^2}{(-3T_o+b-j)^2}\quad \cdots\cdot(\text{補}2-17)$$

・$T_g=T_o$ のとき、

$$p_g=\frac{-b(a-i-2j)^2}{4(b-j)^2}\quad \cdots\cdot(\text{補}2-18)$$

補 2-18 は明らかに非正であるから、企業Gの戦略は常に（補 2-17）すなわち $T_g=0$ である。

一方、企業Oも同様に $T_g<T_o\leq 1$ であるから、

・$T_o=1$ のとき、

$$p_o=\left(\frac{1}{2}+\frac{j}{4}-\frac{T_g}{2}\right)\frac{(3+T_g^2-4T_g+a-i-2b)^2}{(-3+3T_g+b-j)^2}\quad \cdots\cdot(\text{補}2-19)$$

・$T_o=T_g$ のとき、

$$p_o=\frac{j(a-i-2b)^2}{4(b-j)^2}\quad \cdots\cdot(\text{補}2-20)$$

上より常に $T_g=0$ であるため、（補 2-19）－（補 2-20）は

$$\frac{1}{4}\left(\frac{(j+2)(3+a-2b-i)^2}{(-3+b-j)^2}-\frac{j(a-2b-i)^2}{(b-j)^2}\right)\geq 0\quad \cdots\cdot(\text{補}2-21)$$ のとき、

$T_o=1$ で最大値をとる。逆に上式が 0 より小さい場合には、$T_o=T_g$ にならなければならないため、解がなくなる。

以上をまとめると、（補 2-21）という条件の下で、均衡解 $T_g=0$ 、$T_o=1$ を得る。その際、

$$P_g^k=\frac{(3+2a+a\ j-3b-bi-2bj+i+2j)}{(3-b+j)}、\ P_o^k=\frac{(3+a+a\ j-2b-bi-2bj+2i+3j)}{(3-b+j)}$$

$$q_g^k=\frac{(3-a+i+2j)}{2(3-b+j)}、\quad q_o^k=\frac{(3+a-i-2b)}{2(3-b+j)}、$$

$$p_g=\frac{1}{2}\left(\frac{-j}{2}+1\right)\left(\frac{3-a+i+2j}{3-b+j}\right)^2、\ p_o=\frac{1}{2}\left(\frac{j}{2}+1\right)\left(\frac{3+a-i-2b}{3-b+j}\right)^2$$ である。

同様にして順次、均衡解を求めることとする。以下の番号は、図表－補－３に対応している。

① $P_g^k=P_o^k-(T_g-T_o)(T_g^2+T_o^2-2)$ 、$P_o^k=P_g^k+T_g^2-T_o^2$ のとき、図表－補－２より、

○$b = 2T_o - 2T_g$、$P_o^k > a + T_g^2 - T_o^2$

$P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

**このとき、Tg,To は反応関数に従って、両者とも 0 に収束していく。しかし仮定より、**

$$
\begin{aligned}
P_o^k &> a + T_g^2 - T_o^2 \\
&> a + (T_g + T_o)(T_g - T_o) \\
&> a - b(T_g + T_o)/2 > a - b > 0
\end{aligned}
$$

**したがって、$P_o^k$ のとりうる範囲に解はない。**

○$b > 2T_o - 2T_g$、$P_o^k > (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$

$P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

**これも同様に、$P_o^k > (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b > 0$ で解なし。**

○$b < 2T_o - 2T_g$、$P_o^k \geq T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b$、

$P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

**これも同様に $P_o^k \geq T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b > 0$ で解なし。**

②$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$、$\dfrac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$

$P_g^k = -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

$P_o^k = i$

○$b = 2T_o - 2T_g$、$P_o^k > a + T_g^2 - T_o^2$、

$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

**上の仮定より、**

$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k$

$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$ **これは成り立たない。**

○$b > 2T_o - 2T_g$、$b < 2T_o - 2T_g$ **も同様に解なし。**

③$P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$、$P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$

○$b = 2T_o - 2T_g$、$P_o^k > a + T_g^2 - T_o^2$、$P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

・$i > a + T_g^2 - T_o^2$の場合、

$a + (T_g - T_o)(T_g + T_o) - (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2) < P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

$a + 2(T_g - T_o) < P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

$a + T_g^2 - T_o^2 < P_o^k \leq a + i$

$\therefore P_g^k = -(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + i$

$P_o^k = i$

よって、$q_g = 1$、$q_o = 0$、$p_g = T_o^2 - T_g^2 - a + i$、$p_o = 0$となる。

○$b > 2T_o - 2T_g$、$P_o^k > (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$、$P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

・$i > (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$の場合、

$a - b < P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

$(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b < P_o^k \leq i$

$\therefore P_g^k = -(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + i$

$P_o^k = i$

よって、$q_g = 1$、$q_o = 0$、$p_g = T_o^2 - T_g^2 - a + i$、$p_o = 0$となる。

○$b < 2T_o - 2T_g$、$P_o^k \geq T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b$、$P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

・$a - 2b - i < -T_g^2 + 4T_g - 4T_o + T_o^2$の場合、

$a - 2b - 2(T_g - T_o) < P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

$T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b \leq P_o^k \leq i$

$\therefore P_g^k = -(T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + i$

$P_o^k = i$

よって、$q_g = 1$、$q_o = 0$、$p_g = T_o^2 - T_g^2 - a + i$、$p_o = 0$となる。

④$P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$、$P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$

○$b = 2T_o - 2T_g$、$P_o^k < a + T_g^2 - T_o^2$、$P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

・$a+T_g^2-T_o^2>0$、$a>T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2$ の場合、

$$2(T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2)+i+2j\le P_o^k<a+T_g^2-T_o^2$$

$$T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2+i+2j\le P_g^k<a$$

$$\therefore P_o^k=2(T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2)+i+2j$$

$$P_g^k=T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2+i+2j$$

このとき、$q_g=0$、$q_o=1$、$p_g=0$、$p_o=2(T_g^2+T_g-T_o-T_o^2)+j$

○$b>2T_o-2T_g$、$P_o^k<(T_g+T_o-2)(T_g-T_o)+a-b$、

$$P_g^k\ge -T_g^2-2T_g+2T_o+T_o^2+i+2j$$

・$a-b-2j>T_g^2+4T_g-4T_o+T_o^2$ の場合、

$$2T_g^2+2T_g-2T_o+2T_o^2+i+2j\le P_o^k<T_g^2-2T_g+2T_o-T_o^2+a-b$$

$$T_g^2+2T_g-2T_o+T_o^2+i+2j\le P_g^k<-2T_g+2T_o+a-b$$

$$\therefore P_o^k=2(T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2)+i+2j$$

$$P_g^k=T_g^2+2T_g-2T_o-T_o^2+i+2j$$

このとき、$q_g=0$、$q_o=1$、$p_g=0$、$p_o=2(T_g^2+T_g-T_o-T_o^2)+j$

○$b<2T_o-2T_g$、$P_o^k\le T_g^2-T_o^2+a$、$P_g^k\ge -T_g^2-2T_g+2T_o+T_o^2+i+2j$

・$a\ge -T_g^2-2T_g+2T_o+T_o^2+i+2j$、$T_g^2-T_o^2+a\ge 0$ の場合、

$$2T_g^2+2T_g-2T_o+2T_o^2+i+2j\le P_o^k<T_g^2-T_o^2+a$$

$T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i + 2j \le P_g^k < a$

$\therefore P_o^k = 2(T_g^2 + 2T_g - 2T_o - T_o^2) + i + 2j$

$P_g^k = T_g^2 + 2T_g - 2T_o - T_o^2 + i + 2j$

**このとき、**$q_g = 0$、$q_o = 1$、$\boldsymbol{p}_g = 0$、$\boldsymbol{p}_o = 2(T_g^2 + T_g - T_o - T_o^2) + j$

⑤ $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$、 $P_o^k = \dfrac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$

$P_g^k = -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$、 $P_o^k = -2T_g + 2T_o + i + 2j$

○ $b = 2T_o - 2T_g$、 $P_o^k < a + T_g^2 - T_o^2$、

$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

**上式より、** $P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ **は、**

$-T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2 < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ **これは成り立たない。**

**よって解なし。**

○ $b > 2T_o - 2T_g$、 $b < 2T_o - 2T_g$ **も同様に解なし。**

⑥ $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$、 $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$

○ $b = 2T_o - 2T_g$、 $P_o^k < a + T_g^2 - T_o^2$、 $P_g^k \le -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

・ $i < a + T_g^2 - T_o^2$ **の場合、**

$P_o^k = i$

$P_g^k = -T_g^2 + T_o^2 + i$

**このとき、**$q_g = 0$、 $q_o = 1$、 $\boldsymbol{p}_g = 0$、 $\boldsymbol{p}_o = -j$ **よって、解なし。**

○ $b > 2T_o - 2T_g$、 $P_o^k < (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$、 $P_g^k \le -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

・ $i < (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ **の場合、**

$P_o^k = i$

$P_g^k = -T_g^2 + T_o^2 + i$

**このとき、**$q_g = 0$、　$q_o = 1$、　$p_g = 0$、　$p_o = -j$ **よって、解なし。**

○$b < 2T_o - 2T_g$、$P_o^k \leq T_g^2 - T_o^2 + a$、$P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

・$i \leq T_g^2 - T_o^2 + a$ **の場合、**

$P_o^k = i$

$P_g^k = -T_g^2 + T_o^2 + i$

**このとき、**$q_g = 0$、　$q_o = 1$、　$p_g = 0$、　$p_o = -j$ **よって、解なし。**

・$i > T_g^2 - T_o^2 + a$ **の場合、**

$P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$、$P_g^k = a$

**このとき、**$q_g = 0$、$q_o = 1$、$p_g = 0$、$p_o = a + T_g^2 - T_o^2 - i - j$

⑦$P_g^k = \dfrac{(T_g - T_o + b)P_o^k - T_g^3 + (T_o - b)T_g^2 + (a + T_o^2)T_g - T_o^3 + bT_o^2 - aT_o}{2T_g - 2T_o + b}$、$P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$

**このとき** $\begin{array}{l} P_g^k = a \\ P_o^k = -T_o^2 + T_g^2 + a \end{array}$

○$b < 2T_o - 2T_g$、$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

$P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

**よって、**

$-T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j \leq P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

**これは成り立たないので解なし。**

**⑧上述**

⑨ $P_g^k = \frac{(T_g - T_o + b)P_o^k - T_g^3 + (T_o - b)T_g^2 + (a + T_o^2)T_g - T_o^3 + bT_o^2 - aT_o}{2T_g - 2T_o + b}$、 $P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$

**このとき** $\begin{aligned} P_g^k &= -2T_g + 2T_o + a - 2b \\ P_o^k &= T_g^2 - 4T_g + 4T_o - T_o^2 + a - 2b \end{aligned}$

○$b < 2T_o - 2T_g$、$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$

$P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

**よって、**

$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

**これは成り立たないので解なし。**

⑩ $P_g^k$ **：任意、** $P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$

**このとき、** $\begin{aligned} P_g^k &= a \\ P_o^k &= T_g^2 - T_o^2 + a \end{aligned}$

○$b = 2T_o - 2T_g$、$P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$

**よって、** $P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ **これが成り立っていれば、上の解は意味をなす。このとき、**$q_g = 0$、$q_o = 1$、$p_g = 0$、$p_o = a + T_g^2 - T_o^2 - i - j$

⑪ $P_g^k$ **：任意、** $P_o^k = \frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$

**このとき、**

$P_g^k = \frac{-T_g^3 + (T_o - 2)T_g^2 + (T_o^2 + 4T_o - 2a + i + 2j)T_g - T_o^3 - 2T_o^2 + (a - i - 2j)T_o + aj}{-T_g + T_o + j}$

$P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$

○$b = 2T_o - 2T_g$、$P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$

$-T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i < P_g^k < -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ **が成り立てば、解が成立する。**

その場合、$q_g = \dfrac{T_g^2 + 2T_g - 2T_o - T_o^2 + a - i - 2j}{2(T_g - T_o - j)}$、$q_o = \dfrac{-T_g^2 + T_o^2 - a + i}{2(T_g - T_o - j)}$、

$p_g = 0$、$p_o = \dfrac{-(2T_g - 2T_o - j)(T_g^2 - T_o^2 + a - i)^2}{4(T_g - T_o - j)^2}$

⑫ $P_g^k$：任意、$P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$

このとき、$P_g^k = 2T_g - 2T_o + a$、$P_o^k = T_g^2 - T_o^2 + a$

○$b = 2T_o - 2T_g$、$P_o^k = a + T_g^2 - T_o^2$、$P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

これが成り立っていれば解が成立する。
その場合、$q_g = 1$、$q_o = 0$、$p_g = 0$、$p_o = 0$

⑬ $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ or $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$、$P_o^k = P_g^k + T_g^2 - T_o^2$

$P_g^k = -2T_g + 2T_o + a - b$
$P_o^k = T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 + a - b$ 但し $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$ の場合のみ

○$b > 2T_o - 2T_g$、$P_o^k = (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$、
$P_g^k \geq -T_g^2 - 2T_g + 2T_o + T_o^2 + i + 2j$ これが成り立っていれば、解は成立する。
その場合、$q_g = 0$、$q_o = 1$、$p_g = 0$、$p_o = a - i - j + T_g^2 - T_o^2$

⑭ $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ or $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$、

$$P_o^k = \frac{(T_g - T_o - j)P_g^k + T_g^3 - (T_g + 2 - j)T_o^2 - (T_g^2 - 4T_g + i + 2j)T_o + T_g^3 - (2 + j)T_g^2 - (i + 2j)T_g}{2T_g - 2T_o - j}$$

これらの条件は両立しないため、解はない。

⑮ $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ or $P_g^k = P_o^k - T_g^2 + T_o^2$、

$P_o^k = P_g^k + (T_g - T_o)(T_g^2 + T_o^2 - 2)$

$P_g^k = a - b$
$P_o^k = T_g^2 - 2T_g + 2T_o - T_o^2 + a - b$ 但し $P_g^k = P_o^k - (T_g - T_o)(T_g + T_o - 2)$ の場合のみ

○ $b > 2T_o - 2T_g$ 、 $P_o^k = (T_g + T_o - 2)(T_g - T_o) + a - b$ 、 $P_g^k \leq -T_g^2 + 2T_g - 2T_o + T_o^2 + i$

これが成り立っていれば解は存在する。
その場合、$q_g = 1$、$q_o = 0$、$p_g = 0$、$p_o = 0$

（4）特殊解（$T_g = T_o$）の場合

以上の解は、（補２－６）の条件を満たす場合であり、$T_g = T_o$ での解は別途、考慮する必要がある。まず、２つに場合分けする。第一は第４章で仮定したように、$T_g = T_o = X$ においても、各企業の需要量は、$q_g^k = X,\quad q_o^k = 1 - X$ とするものであり、第二はホテリングのモデルで多く想定されているように、総需要量をちょうど２分の１づつシェアするというものである。
いずれの場合にせよ、
$P_g^k + (T_g - X)^2 = P_o^k + (T_o - X)^2$
$T_g = T_o$
$\therefore \quad P_g^k = P_o^k$ ・・・・・・ (補$2-22$)
でなければならない。
○第一の場合、
価格を $P^k$ 、差別化の位置をＴとすると、
$p_g = (P^k - a + bT)T$
$p_o = (P^k - i - j(1 - T)(1 - T)$

$p_g$ は下に凸の二次関数であるので、最大値はＴが 0 か 1 の両極端に限られる。Ｔが 0 のときは当然 $p_g = 0$ 、Ｔが 1 のばあいは、$p_g = P^k - a + b$ となる。よって、
$P^k > a - b$ のとき、 $T = 0$
$P^k = a - b$ のとき、 $T = 0$ または $1$
$P^k < a - b$ のとき、 $T = 1$

つぎに$p_o$は上に凸の二次関数であるので極大値を持つ。極大値をとるときのＴは、

$$T=\frac{-P^k+i}{2j}+1$$

よって、端点解との比較を行うと、

$P^k \geq i+2j$ならば、　$T=0$

$i+2j>P^k>i$ならば、　$T=\frac{-P^k+i}{2j}+1$

$P^k \leq i$ならば、　$T=1$

となる。

以上から、

$P^k \geq a-b$かつ　$P^k \geq i+2j$ならば　$T=0$

$P^k \leq a-b$かつ　$P^k \leq i$ならば　$T=1$

という解を持つが、いずれも一方の企業の独占となる。

○第二の場合

$q_g^k=q_o^k=\frac{1}{2}$であるから、

$$p_g=\frac{P^k-a+b/2}{2}$$

$$p_o=\frac{P^k-i-j/2}{2}$$

となる。しかしこの解は安定的ではない。少し価格を下げただけで、需要量が一気に倍の1になるため、価格を下げることによって利潤を増やすことができる。

$$p_g{}'=(P^k-\Delta P^k)-a+b$$

$$\therefore p_g{}'-p_g=\frac{(P^k-2\Delta P^k)-a+\frac{3b}{2}}{2}$$

均衡における価格を$P^{k'}$とすると、

$P^{k'}=a-\frac{3b}{2}$まで価格を引き下げる余地がある。

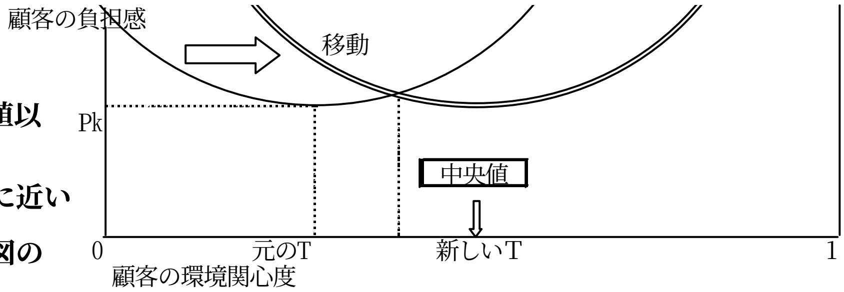
同様に企業Oは、

$P^{k'} = i + \frac{3j}{2}$ になるまで価格を引き下げる。

したがって、

$P' = a - \frac{3b}{2} = i + \frac{3j}{2}$ のときのみ、両者が半分づつの需要を享受する。

しかし、どちらかがより小さい場合、そちらが需要を独占し、他方が市場から撤退する。




また両立する場合のTの値であるが。$T = \frac{1}{2}$ 以外、すなわち中央値以外にあるとき、一方がより中央値に近い位置に移動することによって、下図のように需要を増やすことができる。　当然もう一方の企業もそれに追随するため、最終的には常に均衡点は中央値となる。これは基本的なホテリングのモデルが教えることに他ならない。

したがって、$P' = a - \frac{3b}{2} = i + \frac{3j}{2}$ という条件も、$T = \frac{1}{2}$ のときに成り立たなければならない。その意味ではかなり特殊な解であることは間違いない。

以上ですべての解の検討が終わった。

このとき、両企業が併存可能なの解は、$T_g = 0$、　$T_o = 1$　　、

$P_g^k = \frac{(3+2a+a\ j-3b-bi-2bj+i+2j)}{(3-b+j)}$、$P_o^k = \frac{(3+a+a\ j-2b-bi-2bj+2i+3j)}{(3-b+j)}$

$q_g^k = \frac{(3-a+i+2j)}{2(3-b+j)}$、　$q_o^k = \frac{(3+a-i-2b)}{2(3-b+j)}$

、$p_g = \frac{1}{2}(\frac{-j}{2}+1)\left(\frac{3-a+i+2j}{3-b+j}\right)^2$、$p_o = \frac{1}{2}(\frac{j}{2}+1)\left(\frac{3+a-i-2b}{3-b+j}\right)^2$　である。その他の均衡解は、すべて一方の一人勝ち、すなわち需要の独占（$q_g^k=0$ または $q_o^k=0$）もしくは、利潤の独占(πg=0 またはπo=0)である。ここから明らかなように、均衡点は前節とは異なり、企業Gが左端(0)に、企業Oが右端(1)に分かれるという結果を得となった。しかしながら、排出権取引によって新たに生じる費用の影響という点で見ると、前節のモデルと異なることはない（最後の特殊解についても同様）。　以上